— Informatik I —
Modul 2: Rechnerarithmetik (1)

Universität Zürich[UZH]

CSG

Modul 2: Rechnerarithmetik (1)

- Zahlensysteme
- Zahlendarstellung
- Zeichendarstellung

Rechnerarithmetik

- Rechnerarithmetik soll als Beispiel vorbereitet werden, wie größere Informationseinheiten verarbeitet werden.
- Hierzu werden zunächst die formalen Grundlagen erarbeitet:
  - Zahlensysteme
  - Zahlendarstellungen
  - Zeichendarstellungen
  - Boole'sche Algebra (Modul 3)

  } **bis 15.11.2011**

- Dann werden Schaltnetze und –werke behandelt (Modul 3, 4).
- Danach werden Verfahren und Schaltungen zur Implementierung der vier Grundrechenarten in einem Rechner vorgestellt (Modul 5).
- Abschließend wird die Funktion einer arithmetisch logischen Einheit (ALU) eines Rechners besprochen (Modul 5).

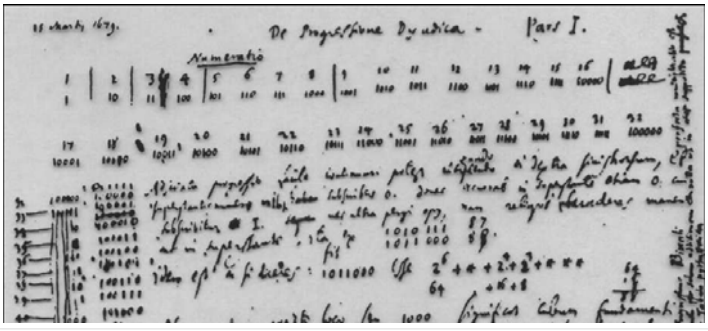
ab 16.11.2011

Zahlensysteme – Römische Zahlen

I	1	X	10	C	100
II	2	XX	20	CC	200
III	3	XXX	30	CCC	300
IV	4	XL	40	CD	400
V	5	L	50	D	500
VI	6	LX	60	DC	600
VII	7	LXX	70	DCC	700
VIII	8	LXXX	80	DCCC	800
IX	9	XC	90	CM	900
				M	1000

Zahlensysteme – Leibniz'sche Dualzahlen

- Leibniz-Traktat aus dem Jahre 1679
- Vermutlich kommen Ideen zum Dualzahlensystem aus China



Formale Grundlagen

- Menschen rechnen gewöhnlich im Dezimalzahlensystem.
- Rechner rechnen gewöhnlich im Dualzahlensystem.

→ Eine Konvertierung ist erforderlich

- Daneben werden weitere Zahlensysteme wie Oktalzahlensystem oder Hexadezimalzahlensystem (eigentlich: Sedezimal) zur kompakteren Darstellung der sehr langen Dualzahlen verwendet.

→ Es ist notwendig, die Zusammenhänge und mathematischen Grundlagen dieser Zahlensysteme zu verstehen.

Zahlensysteme (1)

- Gängigste Form: Stellenwertsysteme
- Zahlendarstellung in Form einer Reihe von Ziffern z_i, wobei das Dezimalkomma (-punkt) rechts von z_0 plaziert sei:

  $z_n\ z_{n-1}$ ..... $z_1\ z_0$, $z_{-1}\ z_{-2}$ ...z_{-m} z.B. 1234,567
- Jeder Position i der Ziffernreihe ist ein Stellenwert zugeordnet, der eine Potenz b^i der Basis b des Zahlensystems ist.
- Der Wert X_b der Zahl ergibt sich dann als Summe der Werte aller Einzelstellen $z_i b^i$:

$$X_b = z_n\, b^n + z_{n-1}\, b^{n-1} + ... + z_1\, b + z_0 + z_{-1}\, b^{-1} + ... + z_{-m}\, b^{-m} = \sum_{i=-m}^{n} z_i b^i$$

Zahlensysteme (2)

- Interessante Zahlensysteme in der Informatik

b	Zahlensystem	Zahlenbezeichnung
2	Dualsystem	Dualzahl
8	Oktalsystem	Oktalzahl
10	Dezimalsystem	Dezimalzahl
16	Hexadezimalsystem (Sedezimalsystem)	Hexadezimalzahl (Sedezimalzahl)

- Hexadezimalsystem: Die „Ziffern“ 10 bis 15 werden mit den Buchstaben A bis F dargestellt.
- Dualsystem: Wichtigstes Zahlensystem im Rechner
- Oktal- und Hexadezimalsystem: Leicht ins Dualsystem umwandelbar, besser zu verstehen als lange 0-1-Kolonnen.

Zahlensysteme (3)

Dual	Oktal	Dezimal	Hexadezimal	Zwölfersystem
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
10	2	2	2	2
11	3	3	3	3
100	4	4	4	4
101	5	5	5	5
110	6	6	6	6
111	7	7	7	7
1000	10	8	8	8
1001	11	9	9	9
1010	12	10	a	a
1011	13	11	b	b
1100	14	12	c	10
1101	15	13	d	11
1110	16	14	e	12
1111	17	15	f	13
10000	20	16	10	14
10001	21	17	11	15

Der Euklidische Algorithmus

- Umwandlung vom Dezimalsystem in ein System zur Basis b
- 1. Methode: Euklidischer Algorithmus:

  $Z = z_n\, 10^n + z_{n-1}\, 10^{n-1} + ... + z_1\, 10 + z_0 + z_{-1}\, 10^{-1} + ... + z_{-m}\, 10^{-m}$
  $= y_p\, b^p + y_{p-1}\, b^{p-1} + ... + y_1\, b + y_0 + y_{-1}\, b^{-1} + ... + y_{-q}\, b^{-q}$

  Die Ziffern werden sukzessive, beginnend mit der höchstwertigen Ziffer, berechnet.
- 1. Schritt: Berechne **p** gemäß der Ungleichung $\mathbf{b^p \le Z < b^{p+1}}$ (setze i = p)
- 2. Schritt: Ermittle $\mathbf{y_i}$ und den Rest $\mathbf{R_i}$ durch Division von $\mathbf{Z_i}$ durch $\mathbf{b^i}$: $\mathbf{y_i = Z_i\ div\ b^i;\ \ R_i = Z_i\ mod\ b^i;}$
- 3. Schritt: Wiederhole 2. Schritt für i = p-1, … und ersetze dabei nach jedem Schritt **Z** durch $\mathbf{R_i}$, bis $\mathbf{R_i = 0}$ oder bis $\mathbf{b^i}$ (und damit der Umrechnungsfehler) gering genug ist.

Beispiel

Umwandlung von $15741{,}233_{10}$ ins Hexadezimalsystem:

1. Schritt: $16^3 \le 15741{,}233 < 16^4$ ➔ höchste Potenz 16^3
2. Schritt: 15741,233 : 16^3 = 3 Rest 3453,233
3. Schritt: 3453,233 : 16^2 = D Rest 125,233
4. Schritt: 125,233 : 16 = 7 Rest 13,233
5. Schritt: 13,233 : 1 = D Rest 0,233
6. Schritt: 0,233 : 16^{-1} = 3 Rest 0,0455
7. Schritt: 0,0455 : 16^{-2} = B Rest 0,00253
8. Schritt: 0,00253 : 16^{-3} = A Rest 0,000088593
9. Schritt: 0,000088593 : 16^{-4} = 5 Rest 0,000012299 (→ Fehler)

➔ $15741{,}233_{10} \approx 3D7D{,}3BA5_{16}$

Horner Schema

- Umwandlung vom Dezimalsystem in ein Zahlensystem zur Basis b
- 2. Methode: Abwandlung des Horner Schemas
- Hierbei müssen der ganzzahlige und der gebrochene Anteil getrennt betrachtet werden:
- Umwandlung des ganzzahligen Anteils:
- Eine ganze Zahl $X_b = \sum_{i=0}^{n} z_i b^i$ kann durch fortgesetztes Ausklammern auch in folgender Form geschrieben werden:

$$X_b = ((...(((y_n\, b + y_{n-1})\, b + y_{n-2})\, b + y_{n-3})\, b\, ...\,)\, b + y_1)\, b + y_0$$

Horner Schema: Beispiel

- Die gegebene Dezimalzahl wird sukzessive durch die Basis **b** dividiert.
- Die jeweiligen ganzzahligen Reste ergeben die Ziffern der Zahl $\mathbf{X_b}$ in der Reihenfolge von der niedrigstwertigen zur höchstwertigen Stelle.

  Wandle 15741_{10} ins Hexadezimalsystem um:

15741_{10} : 16 = 983	Rest 13	(D_{16})
983_{10} : 16 = 61	Rest 7	(7_{16})
61_{10} : 16 = 3	Rest 13	(D_{16})
3_{10} : 16 = 0	Rest 3	(3_{16})

➔ **$15741_{10} = 3D7D_{16}$**

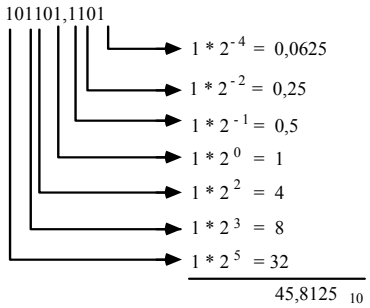
Umwandlung: Basis b → Dezimalsystem

- Die Werte der einzelnen Stellen der umzuwandelnden Zahl werden in dem Zahlensystem, in das umgewandelt werden soll, dargestellt und nach der Stellenwertgleichung aufsummiert.
- Der Wert X_b der Zahl ergibt sich dann als Summe der Werte aller Einzelstellen $z_i b^i$:

$$X_b = z_n b^n + z_{n-1} b^{n-1} + \ldots + z_1 b + z_0 + z_{-1} b^{-1} + \ldots + z_{-m} b^{-m} = \sum_{i=-m}^{n} z_i b^i$$

Beispiel

Konvertiere $101101{,}1101_2$ ins Dezimalsystem



Umwandlung beliebiger Stellenwertsysteme

- Man wandelt die Zahl ins Dezimalsystem um und führt danach mit Methode 1 oder 2 die Wandlung ins Zielsystem durch.
- Spezialfall:
  - Ist eine Basis eine Potenz der anderen Basis, können einfach mehrere Stellen zu einer Ziffer zusammengefasst werden oder eine Stelle kann durch eine Folge von Ziffern ersetzt werden.
- Wandlung von $0110100{,}110101_2$ ins Hexadezimalsystem
- $2^4 = 16 \Rightarrow$ 4 Dualstellen → 1 Hexadezimalstelle

dual: 0110100,110101

*0*0110100,110101*00*

Ergänzen von Nullen zur Auffüllung auf Vierergruppen

hexadezimal: 3 4 , D 4

Modul 2: Rechnerarithmetik (1)

- Zahlensysteme
- Zahlendarstellung
- Zeichendarstellung

Darstellung negativer Zahlen

- Für die Darstellung negativer Zahlen in Rechnern werden vier verschiedene Formate benutzt :
- Darstellung mit Betrag und Vorzeichen
- Stellenkomplement-Darstellung (Einerkomplement-Darstellung)
- Zweierkomplement-Darstellung
- Offset-Dual-Darstellung / Exzeß-Darstellung

Darstellung mit Betrag und Vorzeichen

- Eine Stelle wird als Vorzeichenbit benutzt.
- Ist das am weitesten links stehende Bit (MSB, most significant bit):
  MSB = 0 ➔ positive Zahl
  MSB = 1 ➔ negative Zahl

Beispiel:

0001 0010 = +18
1001 0010 = -18

- Nachteile:
  - Bei Addition und Subtraktion müssen die Vorzeichen der Operanden gesondert betrachtet werden.
  - Es gibt zwei Repräsentationen der Zahl 0 (mit positivem und mit negativem Vorzeichen)

Stellenkomplement / Einerkomplement

- Stellenkomplement der entsprechenden positiven Zahl.
- Um eine Zahl zu negieren, wird jedes Bit der Zahl komplementiert.
- Dies entspricht dem Einerkomplement:
  Komplementbildung $z_{ek} = (2^n - 1) - z$

Bsp: $4 = 0100_2$ ➔ $-4 = 1011_{ek}$

$-4 = 2^4 - 1 - 4 = 11_{10} = 1011_2$

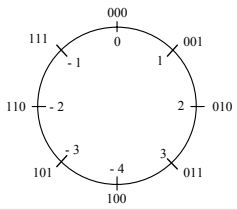
- Negative Zahlen sind wiederum durch ein gesetztes Bit in der ersten Stelle charakterisiert.
- Vorteil gegenüber der Darstellung mit Vorzeichenbit:
  - Erste Stelle bei Addition und Subtraktion muß nicht gesondert betrachtet werden.
  - Aber: Es gibt weiterhin zwei Darstellungen der Null

Zweierkomplement-Darstellung (1)

- Man addiert nach der Stellenkomplementierung noch eine 1
- Man erhält so das Zweierkomplement: $z_{zk} = 2^n - z$

0 . . . 0 ➔ Einerkomplement 1 . . . 1
➔ Zweierkomplement 0 . . . 0

- Nachteil:
  - Unsymmetrischer Zahlenbereich. Die kleinste negative Zahl ist betragsmäßig um 1 größer als die größte positive Zahl



- 3-Bit-Zweierkomplementzahlen (Beispiel):

Zweierkomplement-Darstellung (2)

- Alle anderen negativen Zahlen werden um 1 verschoben, das MSB bleibt aber gleich 1.
- Aus der ersten Stelle kann das Vorzeichen der Zahl abgelesen werden
- Aus dieser Konstruktion ergibt sich der Stellenwert des MSB einer Zweierkomplementzahl mit ***n+1*** Bit zu -2^n:

  $z_n\ z_{n-1} \ldots z_0$ hat den Wert:

$$Z = -z_n \cdot 2^n + z_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \ldots + z_0$$

Beispiel

Die Zahl -77_{10} soll mit 8 Bit dargestellt werden

$77_{10} = 0100\ 1101_2$

Bitweise komplementieren

Mit Vorzeichenbit : -77= 1100 1101$_2$

Einerkomplement : -77= 1011 0010$_2$

Addition von 1

Zweierkomplement : -77= 1011 0011$_2$

Offset-Dual- (Exzeß-)Darstellung

- Wird hauptsächlich bei der Exponenten-Darstellung von Gleitkommazahlen benutzt.
- Die Darstellung einer Zahl erfolgt in Form ihrer Charakteristik (bias).
- Der gesamte Zahlenbereich wird durch Addition einer Konstanten (Exzeß, Offset) so nach oben verschoben, daß die kleinste (negative) Zahl die Darstellung **0…0** erhält.
- Bei ***n*** Stellen ist der Offset 2^{n-1}
- Der Zahlenbereich ist hier auch asymmetrisch.

Zusammenfassung der Möglichkeiten

Dezimalzahl	Darstellung mit			
	Betrag + Vorzeichen	Einer-komplement	Zweier-komplement	Charakteristik
-4	- - -	- - -	1 0 0	0 0 0
-3	1 1 1	1 0 0	1 0 1	0 0 1
-2	1 1 0	1 0 1	1 1 0	0 1 0
-1	1 0 1	1 1 0	1 1 1	0 1 1
0	1 0 0, 0 0 0	1 1 1, 0 0 0	0 0 0	1 0 0
1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	1 0 1
2	0 1 0	0 1 0	0 1 0	1 1 0
3	0 1 1	0 1 1	0 1 1	1 1 1

Fest- und Gleitkommazahlen

- Zahlendarstellung auf dem Papier:
  - Ziffern 0 .. 9
  - Vorzeichen + -
  - Komma (Punkt) , .
- Zahlendarstellung im Rechner:
  - Binärziffern 0, 1

➔ spezielle Vereinbarungen für die Darstellung von Vorzeichen und Komma/Punkt im Rechner sind erforderlich

- Darstellung des Vorzeichens:
  - Wurde im vorigen Abschnitt behandelt
- Darstellung des Kommas mit zwei Möglichkeiten:
  - Festkommadarstellung
  - Gleitkommadarstellung

Festkomma-Zahlen (1)

- Vereinbarung:
  - Das Komma sitzt innerhalb des Maschinenwortes, das eine Dualzahl enthalten soll, an einer festen Stelle.
- Meist setzt man das Komma hinter die letzte Stelle.
- Andere Zahlen können durch entsprechende Maßstabsfaktoren in die gewählte Darstellungsform überführt werden.
- Negative Zahlen:
  - Meist Zweierkomplement-Darstellung.
- Festkomma-Darstellungen werden heute hardwareseitig nicht mehr verwendet, jedoch bei der Ein- oder Ausgabe!

Festkomma-Zahlen (2)

- Datentyp "integer" (Ganzzahlen) ist ein spezielles Festkommaformat.
- Manche Programmiersprachen erlauben die Definition von Ganzzahlen unterschiedlicher Länge.
- Beispiel "C": "short int", "int", "long int", "unsigned"

Datentyp	DEC-VAX (einer der Urahnen)		IBM-PC, Apple Macintosh	
	Anzahl der Bits	Zahlenbereich	Anzahl der Bits	Zahlenbereich
short int	16	-2^{15} ..2^{15}-1	16	-2^{15} ..2^{15}-1
int	32	-2^{31} .. 2^{31}-1	16	-2^{15} ..2^{15}-1
long int	32	-2^{31} .. 2^{31}-1	32	-2^{31} .. 2^{31}-1

Gleitkomma-Darstellung (1)

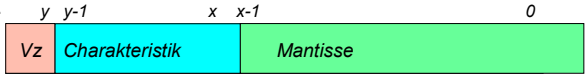
- Zur Darstellung von Zahlen, die betragsmäßig sehr groß oder sehr klein sind, verwendet man die Gleitkommadarstellung.
- Sie entspricht einer halblogarithmischen Form

$$X = \pm \text{Mantisse} \cdot b^{\text{Exponent}}$$

- Die Basis b ist für eine bestimmte Gleitkomma-Darstellung fest (meist 2 oder 16) und braucht damit nicht mehr explizit repräsentiert zu werden.
- Gleitkommazahlen werden meist *nicht* im Zweierkomplement, sondern mit Betrag und Vorzeichen dargestellt.

Gleitkomma-Darstellung (2)

- Bei der Mantisse ist die Lage des Kommas wieder durch Vereinbarung festgelegt (meist links vom MSB).
- Der Exponent ist eine ganze Zahl, die in Form ihrer Charakteristik dargestellt wird.
- Für die Charakteristik und die Mantisse wird im Rechner ein feste Anzahl von Speicherstellen festgelegt.
- Die Länge der Charakteristik y-x bestimmt die Größe des Zahlenbereichs.
- Die Länge der Mantisse x legt die Genauigkeit der Darstellung fest.



Dezimalzahl = $(-1)^{Vz}$ * (0,Mantisse) * b^{Exponent}

Exponent = Charakteristik – $b^{(y-1)-x}$

Normalisierung

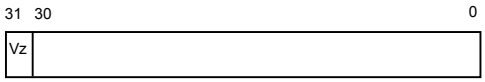
- Legt man für die Zahl 0 ein spezielles Bitmuster fest, ist die erste Stelle der Mantisse in normalisierter Form immer gleich 1.
- Die erste Stelle der Mantisse braucht im Maschinenformat gar nicht erst dargestellt zu werden, d.h. (0,1 . . . . .)
- Man spart ein Bit bei der Speicherung oder gewinnt bei gleichem Speicherbedarf ein Bit an Genauigkeit.
- Bei arithmetischen Operationen und bei der Konversion in andere Darstellungen darf diese Stelle natürlich nicht vergessen werden.

Beispiel (1)

3 verschiedene Maschinenformate mit je 32 Bit und b = 2.

Die Zahl 7135_{10} wird in jedem dieser Formate dargestellt.

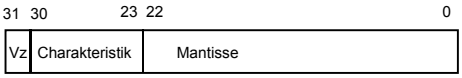
a) Festkommadarstellung mit Zweierkomplement



0 000 0000 0000 0000 0001 1011 1101 1111_2 = 0000 $1BDF_{16}$

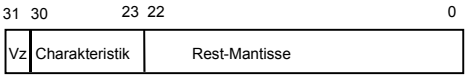
Beispiel (2)

b) Gleitkommadarstellung, normalisiert:



0 100 0110 1 110 1111 0111 1100 0000 0000_2 = 46EF $7C00_{16}$

c) Gleitkommadarstellung, normalisiert, erste "1" implizit:



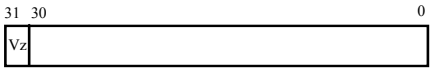
0 100 0110 1 101 1110 1111 1000 0000 0000_2 = 46DE $F800_{16}$

Darstellbarer Zahlenbereich (1)

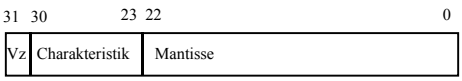
- Die Anzahl darstellbarer Zahlen (Bitkombinationen) ist zwar in allen drei Fällen gleich (2^{32})
- Der Bereich und damit die Dichte darstellbarer Zahlen auf dem Zahlenstrahl ist aber sehr unterschiedlich.

Darstellbarer Zahlenbereich (2)

- Format a: Zahlen zwischen -2^{31} und $2^{31}-1$



- Format b:



negative Zahlen: $-(1-2^{-23}) \cdot 2^{127}$ ... $-0,5 \cdot 2^{-128}$,

positive Zahlen $0,5 \cdot 2^{-128}$ ... $(1-2^{-23}) \cdot 2^{127}$,

und *Null*

Darstellbarer Zahlenbereich (3)

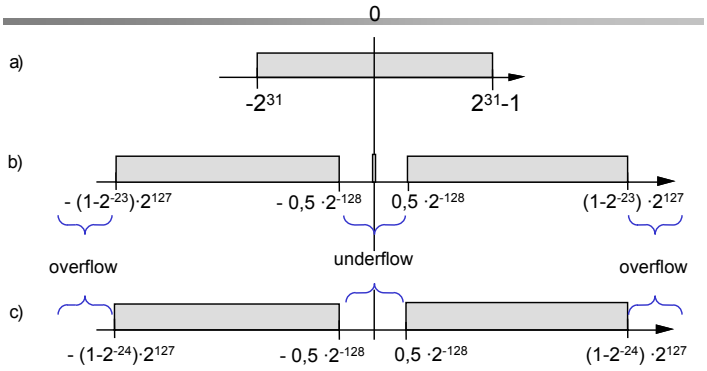
- Format c: normalisierte Gleitkommadarstellung

negative Zahlen: $-(1-2^{-24}) \cdot 2^{127}$ ... $-0,5 \cdot 2^{-128}$

positive Zahlen $0,5 \cdot 2^{-128}$ ... $(1-2^{-24}) \cdot 2^{127}$

Die Null kann nicht dargestellt werden!

Darstellbarer Zahlenbereich (4)

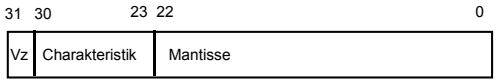


Charakteristische Zahlen

- Um verschiedene Gleitkommadarstellungen miteinander vergleichen zu können, definiert man drei charakteristische Zahlen:
- maxreal ist die größte darstellbare normalisierte positive Zahl
- minreal ist die kleinste darstellbare normalisierte positive Zahl
- smallreal ist die kleinste Zahl, die man zu 1 addieren kann, um einen von 1 verschiedenen Wert zu erhalten.

Beispiel

- In Format b) im letzten Beispiel



- maxreal = $(1 - 2^{-23})\cdot 2^{127}$ minreal = $0,5 \cdot 2^{-128}$
- Die Zahl 1 wird normalisiert als $0,5 \cdot 2^1$ dargestellt.
- Die nächstgrößere darstellbare Zahl hat in der Mantisse zusätzlich zur 1 in Bit 22 eine 1 in Bit 0.
- smallreal = $0,00000000000000000000001_2 \cdot 2^1$, also smallreal = $2^{-23} \cdot 2^1 = 2^{-22}$

Ungenauigkeiten

- Die Differenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zahlen wächst bei Gleitkomma-Zahlen exponentiell mit der Größe der Zahlen, während sie bei Festkomma-Zahlen konstant ist.
- Bei der Darstellung großer Zahlen ergibt sich damit auch eine hohe Ungenauigkeit.
- Die Gesetzmäßigkeiten, die für reelle Zahlen gelten, werden für Maschinendarstellungen verletzt!

  Dies gilt insbesondere auch wenn diese Zahlen in einer höheren Programmiersprache oft `real` heißen.

Beispiel

- Das Assoziativgesetz (x + y) + z = x + (y + z) gilt selbst dann nicht unbedingt, wenn kein overflow oder underflow auftritt.

z.B.: x = 1; y = z = smallreal/2

$$
\begin{aligned}
(x + y) + z &= (1 + \text{smallreal}/2) + \text{smallreal}/2 \\
&= 1 + \text{smallreal}/2 \\
&= 1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x + (y + z) &= 1 + (\text{smallreal}/2 + \text{smallreal}/2) \\
&= 1 + \text{smallreal} \\
&\neq 1
\end{aligned}
$$

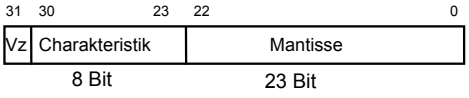
Hinweis: smallreal ist die kleinste Zahl, die man zu 1 addieren kann, um einen von 1 verschiedenen Wert zu erhalten!

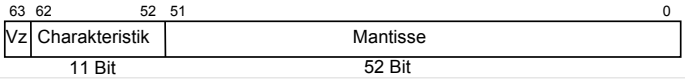
Problematik unterschiedlicher Definitionen

- Es existieren beliebig viele Möglichkeiten, selbst mit einer festen Wortbreite unterschiedliche Gleitkommaformate zu definieren (unterschiedliche Basis b, Darstellung der Null, Anzahl der Stellen für Charakteristik und Mantisse).
- Es existierten (bis Mitte der 80er Jahre) viele verschiedene, herstellerabhängige Formate
- Man konnte mit dem gleichen Programm auf unterschiedlichen Rechnern sehr unterschiedliche Ergebnisse erhalten!
- Normierung erforderlich

Normierung: IEEE-Standard (1)

- IEEE-P 754-Floating-Point-Standard
- In vielen Programmiersprachen lassen sich Gleitkomma-Zahlen mit verschiedener Genauigkeit darstellen
  - z.B. in C: float, double, long double
- Der IEEE Standard definiert mehrere Darstellungsformen
  - IEEE single: 32 Bit
  - IEEE double: 64 Bit
  - IEEE extended: 80 Bit





Normierung: IEEE-Standard (2)

	einfach	doppelt
Vorzeichen-Bits	1	1
Exponenten-Bits	8	11
Mantissen-Bits	23	52
Bits insgesamt	32	64
BIAS	127	1023
Exponentenbereich	[−126,127]	[−1022,1023]

Biased Exponent	Mantisse	Bedeutung
111..111(= 255 bzw. = 2047)	≠ 0	*not a number* (keine gültige Zahl)
111..111(= 255 bzw. = 2047)	000..000(= 0)	±∞
000..000(= 0)	000..000(= 0)	±0

Modul 2: Rechnerarithmetik (1)

- Zahlensysteme
- Zahlendarstellung
- Zeichendarstellung

ASCII Code zur Darstellung von Zeichen (1)

- ASCII-Code (American Standard for Coded Information Interchange) ist eine festgelegte Abbildungsvorschrift (Norm) zur binären Kodierung von Zeichen.
  - Der ASCII-Code umfasst Klein-/Großbuchstaben des lateinischen Alphabets, (arabische) Ziffern und viele Sonderzeichen.
  - Die Kodierung erfolgt in einem Byte (8 Bits), so daß mit dem ASCII-Code 256 verschiedene Zeichen dargestellt werden können.
  - Da das erste Bit nicht vom Standard-ASCII-Code genutzt wird, können im Standard-ASCII-Code nur 128 Zeichen dargestellt werden.
  - Unterschiedliche, speziell normierte, ASCII-Code-Erweiterungen nutzen das erste Bit, um weitere 128 Zeichen darstellen zu können.

ASCII Code zur Darstellung von Zeichen (2)

ASCII-Code zu den darstellbaren Zeichen

Zeichen	Dez.	Binär	Hexa	Oktal	Zeichen	Dez.	Binär	Hexa	Oktal
!	33	0010 0001	21	041	P	80	0101 0000	50	120
"	34	0010 0010	22	042	Q	81	0101 0001	51	121
#	35	0010 0011	23	043	R	82	0101 0010	52	122
$	36	0010 0100	24	044	S	83	0101 0011	53	123
%	37	0010 0101	25	045	T	84	0101 0100	54	124
&	38	0010 0110	26	046	U	85	0101 0101	55	125
'	39	0010 0111	27	047	V	86	0101 0110	56	126
(	40	0010 1000	28	050	W	87	0101 0111	57	127
)	41	0010 1001	29	051	X	88	0101 1000	58	130

ASCII Code zur Darstellung von Zeichen (3)

- Zur Speicherung von Texten werden einzelne Bytes, die jeweils immer ein Zeichen kodieren, einfach hintereinander abgespeichert, so daß man eine Zeichenkette (*String*) erhält.
- Um das Ende der Zeichenkette zu identifizieren, werden (in den Programmiersprachen) unterschiedliche Verfahren verwendet.
  - Die Länge der Zeichenkette wird im ersten bzw. in den ersten Bytes vor der eigentlichen Zeichenkette gespeichert.
    Dieses Verfahren benutzt z. B. die Programmiersprache PASCAL.
  - Das Ende der Zeichenkette wird durch ein besonderes, nicht darzustellendes Zeichen gekennzeichnet.
    So verwendet z.B. die Programmiersprache C/C++ ein 0-Byte (Byte, in dem alle Bits 0 sind), um das Ende einer Zeichenkette zu kennzeichnen.

Unterscheidung von Ziffern und Zeichen

- *Ziffer als ASCII-Code ⟶ Angabe des Zeichens (Ziffer) in Hochkomma:*

'0': 00110000 (Dezimal 48)
'4': 00110100 (Dezimal 52)
'5': 00110101 (Dezimal 53)
'8': 00111000 (Dezimal 56)

- *Ziffer als numerischer Wert ⟶ Angabe einer Ziffer (ohne Hochkomma):*

0: 00000000 (Dezimal 0)
4: 00000100 (Dezimal 4)
5: 00000101 (Dezimal 5)
8: 00001000 (Dezimal 8)

Beispiel: Speicherung von Ziffern und Zeichen

Angabe	Dezimaler ASCII–Wert	Dualdarstellung im Rechner
'a'	97	01100001
'W'	87	01010111
'*'	42	00101010
'9'	57	00111001

UniCode zur Darstellung von Zeichen (1)

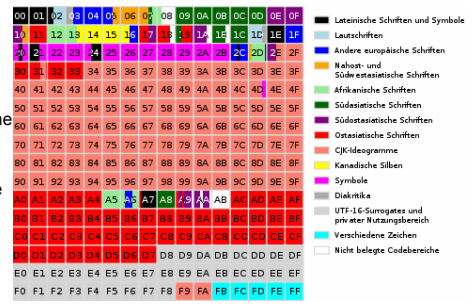
- Der ASCII-Code mit 256 Zeichen ist sehr begrenzt.
- Unicode für Zeichen oder Elemente praktisch aller bekannten Schriftkulturen und Zeichensysteme kodierbar.

- Zeichenwerte der Zeichen bis Unicode Version 3.0 (September 1999) wurden ausschließlich durch eine zwei Byte lange Zahl ausgedrückt.
  - Auf diese Weise lassen sich bis zu 65 536 verschiedene Zeichen unterbringen (2 Byte = 16 Bit = 2^{16} Kombinationsmöglichkeiten).
  - *Bezeichnung des Zwei-Byte-Schemas: Basic Multilingual Plane (BMP)*

- In Version 3.1 (März 2001) sind 94.140 Zeichen aufgenommen, wobei die Zwei-Byte-Grenze durchbrochen wurde.
  - Das Zwei-Byte-Schema wird deshalb von einem Vier-Byte-Schema abgelöst.

UniCode zur Darstellung von Zeichen (2)

- In Version 6.0 (Oktober 2010) sind 109.449 Zeichen enthalten.
  - Unicode in 17 Bereiche (planes) gegliedert, jeweils á 65.536 Zeichen
  - Basic Multilingual Plane: hauptsächliche Schriftsysteme
  - Supplementary Multilingual Plane: historische Schriftsysteme
  - Supplementary Ideographic Plane: Chinesische, Japanische und Koreanische Schrift
  - Supplementary Special-purpose Plane:
  - Supplementary Private Use Area-A und -B



UniCode zur Darstellung von Zeichen (3)

- Die Notation lautet
  &#0000; für dezimale Notation bzw.
  &#x0000; für die hexadezimale Notation,
  wobei das 0000 die Unicode-Nummer des Zeichens darstellt.
- Formate für Speicherung und Übertragung unterschiedlich:
  - UTF-8 (Unicode Transformation Format) – Internet und in Betriebssystemen
  - UTF-16 – Zeichencodierung in Java

- Unicode wird in ostasiatischen Ländern kritisiert.
  - Schriftzeichen verschiedener nicht verwandter Sprachen sind vereinigt
  - Vor allem in Japan konnte sich der Unicode kaum durchsetzen
  - Japan mit zahlreichen Alternativen zu Unicode wie etwa der Mojikyō-Standard
  - Antike Texte in Unicode aufgrund der Vereinheitlichung ähnlicher CJK-Schriftzeichen (chinesisch, japanisch, koreanisch) nicht originalgetreu wiederzugeben

BCD-Code zur Darstellung von Zeichen

- BCD (Binary Coded Decimals) kodieren binär Zahlen Ziffern.
- Für jede Dezimalziffer werden mindestens vier, manchmal auch acht Bits verwendet.
  - Die Ziffern werden nacheinander immer durch ihren Dualwert angegeben.
  - Diese speicherplatzverschwendende Art der Speicherung von Dezimalzahlen erleichert aber manche Anwendungen.
  - Anwendungsbereiche:
    - Rechnen im Dezimalsystem
    - Speichern von Dezimalzahlen (Telefonnummern u.ä.)
    - Ansteuerung von LCD-Anzeigen, um Dezimalziffern einzeln anzuzeigen.

Dezimalzahl	Dualzahl	Duale BCD-Darstellung
294	100100110	0010.1001.0100 2 9 4
16289	11111110100001	0001.0110.0010.1000.1001 1 6 2 8 9

Duale Größenangaben (1)

Maßeinheiten für Bytes

Maßeinheit		Anzahl von Bytes	KBytes	MBytes
Byte		1		
Kilobyte (KByte)	2^{10}	1024	1	
Megabyte (MByte)	2^{20}	1.048.576	1024	1
Gigabyte (GByte)	2^{30}	1.073.741.824	1.048.576	1024
Terabyte (TByte)	2^{40}	1.099.511.627.776	1.073.741.824	1.048.576
Petabyte (PByte)	2^{50}	1.125.899.906.842.624	1.099.511.627.776	1.073.741.824
Exabyte (EByte)	2^{60}	1.152.921.504.606.846.976	1.125.899.906.842.624	1.099.511.627.776

Duale Größenangaben (2)

- Kilo entspricht dem Faktor $2^{10} = 1024$
- Mega entspricht dem Faktor $2^{10} * 2^{10} = 1024 * 1024 = 1.048.576$
- Giga entspricht dem Faktor $2^{10} * 2^{10} * 2^{10} = 2^{30}$

- Beispiel Festplattenherstellerangaben zur Speicherkapazität

- MB ≠ MByte
  - Faktor hier $10^3 = 1000$

- Folge:
  - 1 GB ≠ 1.073.741.824 Byte sondern 1.000.000.000 Byte
    - D.h., es „fehlen“ real 73 MegaByte!
  - 200 GB entsprechen damit nur 186 Gbyte!